

Title	反応係数に周期外力をもつ非線型反応系(非線形緩和過程の統計物理,研究会報告)
Author(s)	富田, 博之
Citation	物性研究 (1982), 39(3): C5-C7
Issue Date	1982-12-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/90811
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

文 献

- 1) H. Hara, 物性研究 33, E 28 (1980) F5 (1981).
- 2) T. Kawakubo and Y. Tsuchiya; J. Prorozool 28 (3), 342 (1981).
- 3) R. J. Glauber; J. Math. Phys. 4, 294 (1963).
- 4) T. Oguchi; 磁性体の理論.
- 5) M. Suzuki and R. Kubo; J. Phys. Soc. Japan 24, 51 (1968).
- 6) R. N. Work and S. Fujita; J. Chem. P. 45 3779 (1966).

反応係数に周期外力をもつ非線型反応系

京大・教養 富 田 博 之

非線型反応系

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AZ - BXY^2 \\ \dot{Y} &= -YZ + BXY^2 \\ \dot{Z} &= -AZ + YZ\end{aligned}\tag{1}$$

を考察する。これは星間ガスと超新星の爆発残留物の間の熱交換による星間物質の発展を単純化したもので、 Z は warm gas, Y は hot gas, X は cold cloud の占める質量である。質量保存 $X+Y+Z = \text{const.} (\equiv 1)$ が成立っているので、 Z を消去して2変数系

$$\begin{aligned}\dot{X} &= -BXY^2 + A(1-X-Y) \\ \dot{Y} &= -Y(1-X-Y) + BXY^2\end{aligned}\tag{2}$$

を扱うことにする。この解を表わす XY 面での軌道は、 $X=0$, $Y=0$, $X+Y=1$ で囲まれた三角形の中から出発する限り、この三角形の中にとじこめられており、

$A > 1$ では $(0, 1)$ が node (case a)

$A < 1$ では $(0, 1)$ は saddle となり、 $((1-A)/(1+AB), A)$ に focus が現われ、

$B > (1-2A)/A^2$ では focus は安定 (case b)

$B < (1-2A)/A^2$ では focus は不安定で、これを囲む limit cycle が現われる。(case c)

また、いずれの場合にも $(1, 0)$ は2次の不安定点 (saddle-like) で、この近傍では軌道は長時間滞在する。

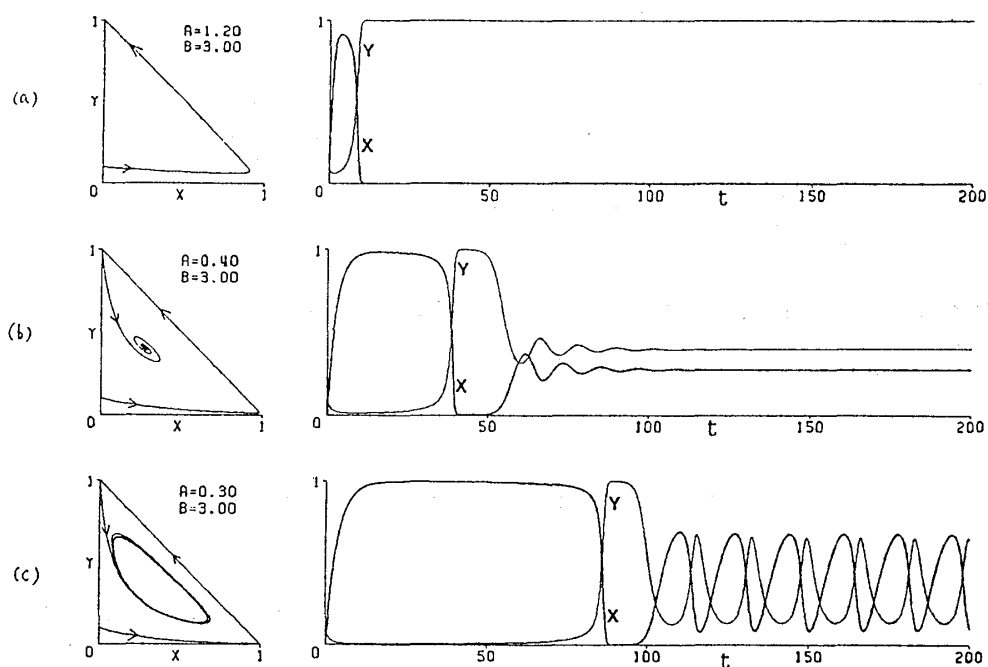


図 1

次に case b, c について, (2)式の反応係数 A に周期外力

$$A_t \equiv A(1 + C \cos \Omega t)$$

を持つ場合を考える。 $|C| < 1$ である限り, 軌道が三角形からはみ出さないことに変りはない。

C が十分小さい間は, 元々のアトラクタ (focus 又は limit cycle) のまわりで少し変形

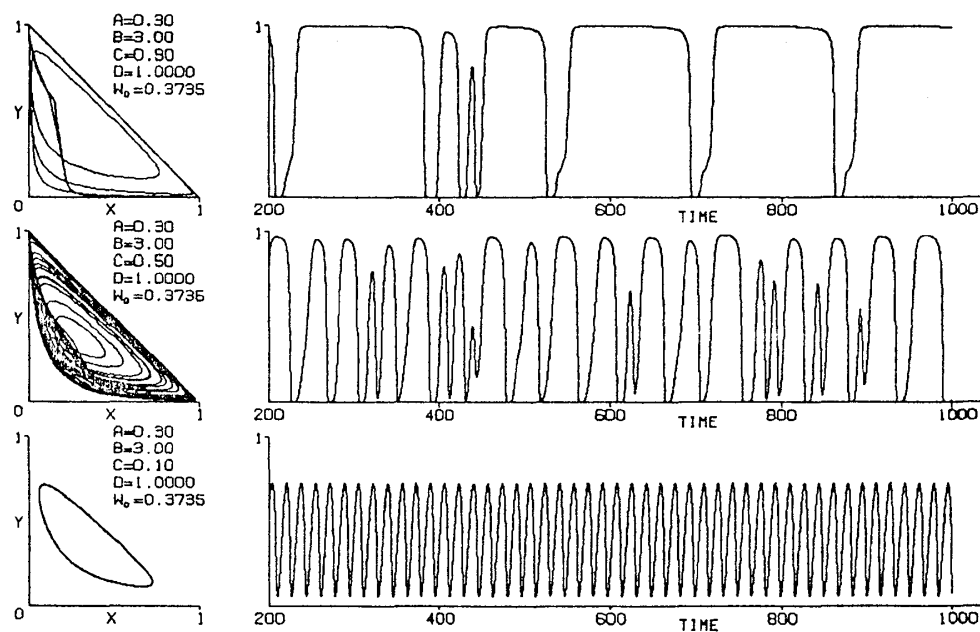


図 2

したアトラクタが現われ、 Ω と固有周波数 Ω_0 の比が有理比の場合は周期解、無理比の場合は2重周期解となり、普通のパラメトリック励振系の特徴が現われるだけである。

これに対し C が大きくなると Chaotic な様相が現われる。図2は、 $A=0.3$ 、 $B=3.0$ の limit cycle で $\Omega=\Omega_0 (=0.561)$ とした場合で、上から順に $C=0.9, 0.5, 0.1$ である。明らかに $C=0.1$ と $0.5, 0.9$ は様相が異なると言えよう。

Chaos である可能性は、さらに詳しい解析を行ってみないと、なんとも言えないが、この系の特徴として、周辺部の $(1, 0)$ 、 $(0, 1)$ に不安定点をもっており、 C が大きくなると軌道は元のアトラクタからかなり押し出されてこの2つの不安定点を時々訪れるようになる、ということが重要なカギになっているように思われる。

準安定状態近傍のゆらぎと緩和

東大・理 笹川文義

今日においても、準安定状態の問題は十分に理解されているとはいえない。具体的には、核形成の問題、光学的双安定性などが上げられる。これらの問題では、準安定状態にあった系がトンネル効果によって時間的にどのように緩和して行くかが興味を中心となる。そこで次の様なモデルを考えるのがトンネル効果の問題を考察するのに役立つと思われる。系の巨視的変数 $x(t)$ が次のランジュバン方程式に従うとする。

$$\frac{d}{dt}x(t) = rx(t) - gx^3(t) + \eta(t) \quad (1)$$

ここで $\eta(t)$ は $\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = 2\varepsilon\delta(t-t')$ なるガウシアンホワイトノイズである。 $x = \pm\sqrt{r/g}$ (r, g は共に正数) は(1)の決定論的な安定点である。初期値 $x(0)$ が安定点近傍にあるとき、確率変数 $x(t)$ の分布関数 $P(x, t)$ の時間的发展をゆらぎの強さ ε が充分小さいとして漸近的に評価したい。一つの方法として、鈴木¹⁾の非線形スケール変換と Ω 展開²⁾ を組み合わせる方法を提唱した³⁾。ランジュバン方程式(1)の決定論的部分が非線形性の凡てであるからこれを形式的に消去した後に、近似を施した方が有効に系の非線形性を取り入れることができる。確率変数 $x(t)$ から $\xi(t)$ への非線形スケール変換 S を次の様に定義する。

$$x(t) = S(\xi(t), t) \quad (2)$$

$$S(\xi, t) = \xi e^{rt} \left[1 + \xi^2 \frac{g}{r} (e^{2rt} - 1) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$